AÑO DE LA CONSOLIDACIÓN ECONÓMICA Y SOCIAL DEL PERÚ

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

TRABAJO DE MICROECONOMÍA AVANZADA

LA ECUACIÓN DE SLUTSKY

PROFESOR : Econ. Guillermo Pereyra Nolasco.

PERTENECIENTE A :

08120132 Cuyotupac Pizarro, Stefani

08120034 Guevara Calle, Brenda

08120287 Guillermo Velasquez, Carlos

08120071 Peche Peña, Alvaro

08120184 Rojas Castro, Yuls

AULA **:** 215 - D

2010

1. RESUMEN EJECUTIVO

El presente trabajo trata de explicar la manera en la cual un individuo racional, quien dispone de un ingreso y ha distribuido aquel según sus preferencias proporcionándose el mayor bienestar posible, reacciona ante cambios en la economía como la variación en el precio del bien que va adquirir.

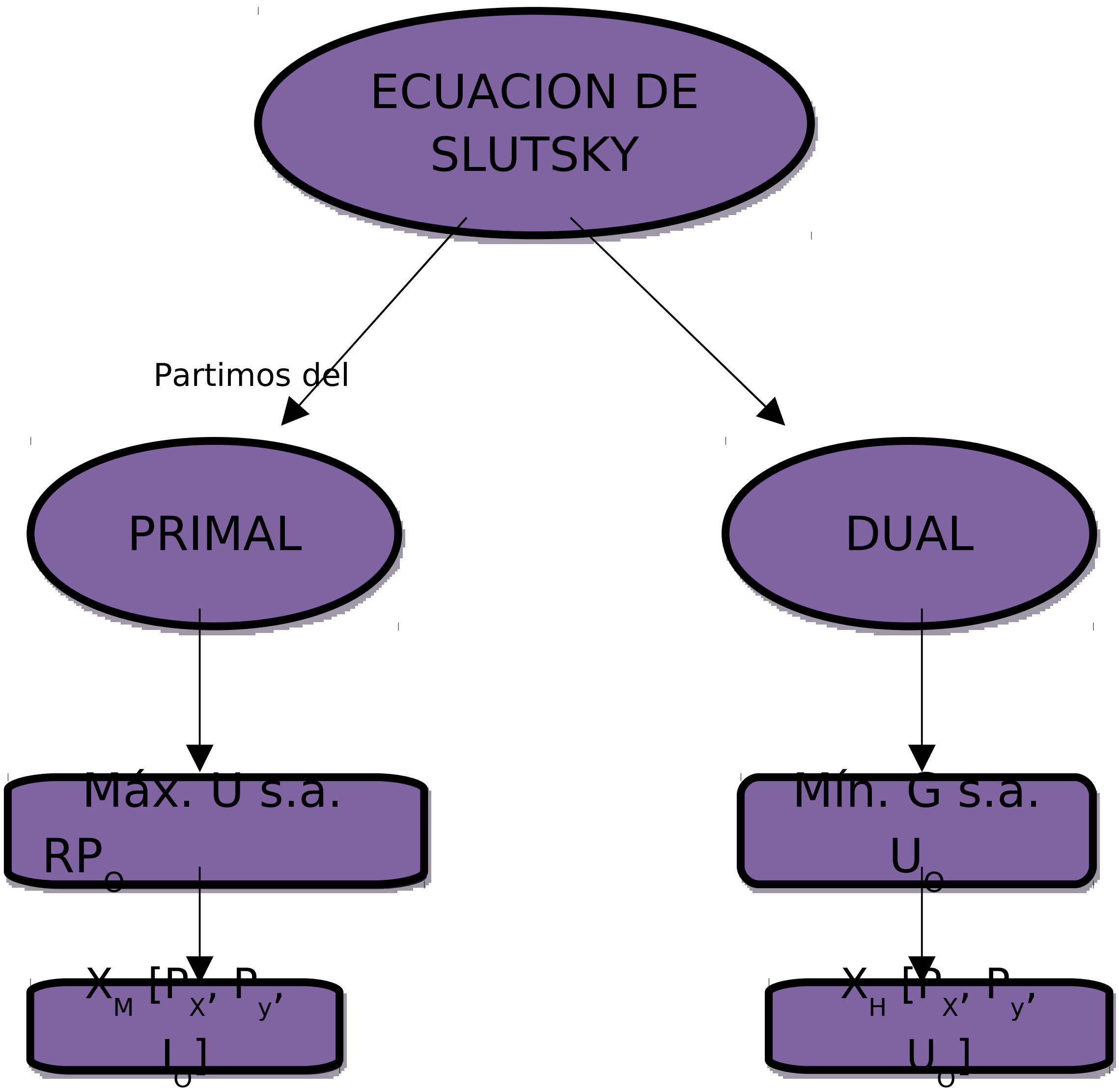
Supongamos que se trata de un bien normal. En este caso, al aumentar el precio del bien se reduce la capacidad adquisitiva del individuo, lo que conocemos como efecto ingreso. Por otra parte, este mismo incremento obliga al individuo a tratar de sustituir este con otros que satisfacen la misma necesidad, lo que se conoce como efecto sustitución.

Para solucionar este problema emplearemos la ecuación de Slutsky la cual nos permite conocer cuál será el nuevo nivel de consumo del bien, frente a cambios en los precios del mismo bien sin haberse modificado el ingreso nominal inicial.

También incluimos en nuestro presente trabajo un caso referido a la habilidad de un gobierno para brindar un servicio. El problema se centra en elegir entre aplicar un subsidio de vivienda para las personas de bajos recursos o reemplazar este por un subsidio en efectivo.

En la segunda parte volvemos a realizar el mismo análisis pero considerando un nuevo supuesto: la renta ya no es constante. Entonces si un individuo ya no está obligado a gastar toda su renta, sino que según sus preferencias, en algunos casos puede obtener más o menos de un bien respecto a su situación inicial.

Finalmente, hemos incluido algunas aplicaciones de la ecuación de Slutsky en cuanto a la oferta laboral, considerando un aumento de salarios y un aumento en las horas extras; y al ahorro, considerando dos periodos para el análisis y la existencia del mercado financiero.



Asumimos

$$\bar{I} = P_x X + P_y Y \qquad e = e(P_x, P_y$$

Por lo que

$$X_M[P_X, P_y, e(P_X, P_y, U_0)] \approx X_H[P_x, P_y, U_0]$$

Efecto ΔP_x

$$\frac{\partial X_M}{\partial P_X} = \frac{\partial X_H}{\partial P_X} - X * \frac{\partial X_M}{\partial I}$$

2. ANEXO

2.1 CONCEPTOS INTRODUCTORIOS

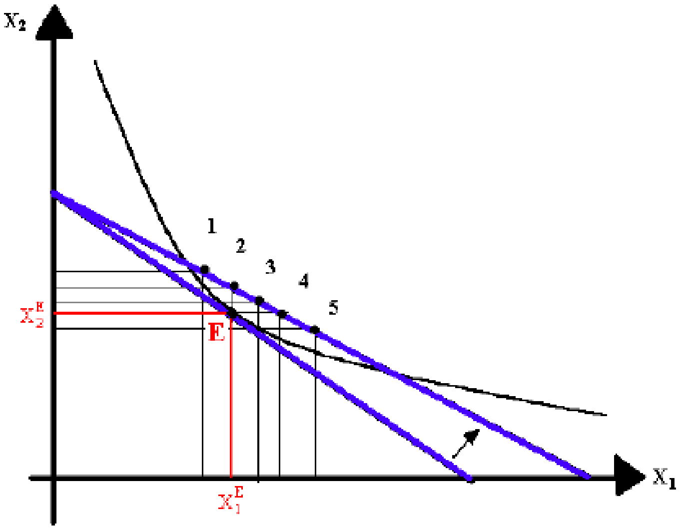
Si varia el precio de un bien se generan 2 efectos: efecto sustitución y efecto ingreso

ET = ES + EI

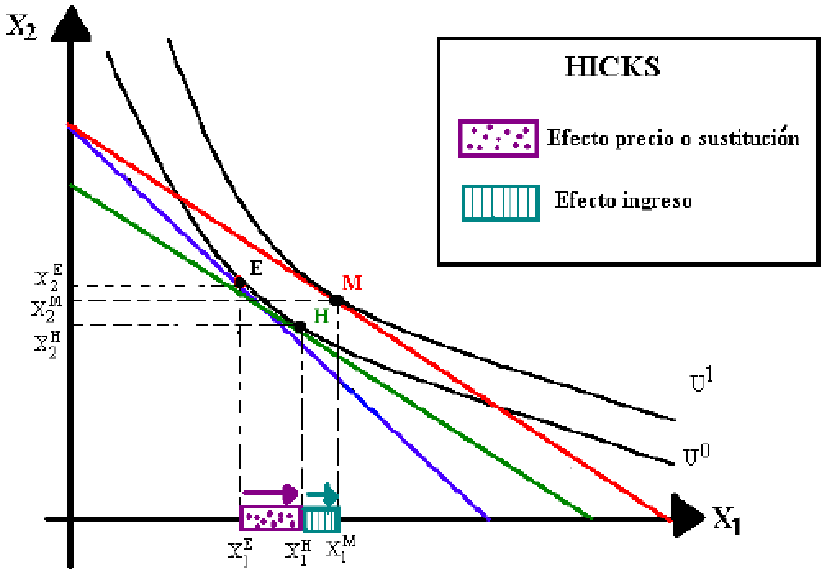
- EFECTO SUSTITUCION: es la variación que experimenta la demanda del bien provocada por una variación de la relación de intercambio entre los dos bienes. El nivel de utilidad se mantiene constante. Movimiento a lo largo de la curva de indiferencia.

- EFECTO INGRESO: Es la variación que experimenta la demanda del bien provocada por un aumento del poder adquisitivo y el precio se mantiene constante. El efecto ingreso es positivo. Movimiento de una curva indiferencia a otra, el efecto ingreso mide la variación del poder adquisitivo del consumidor.

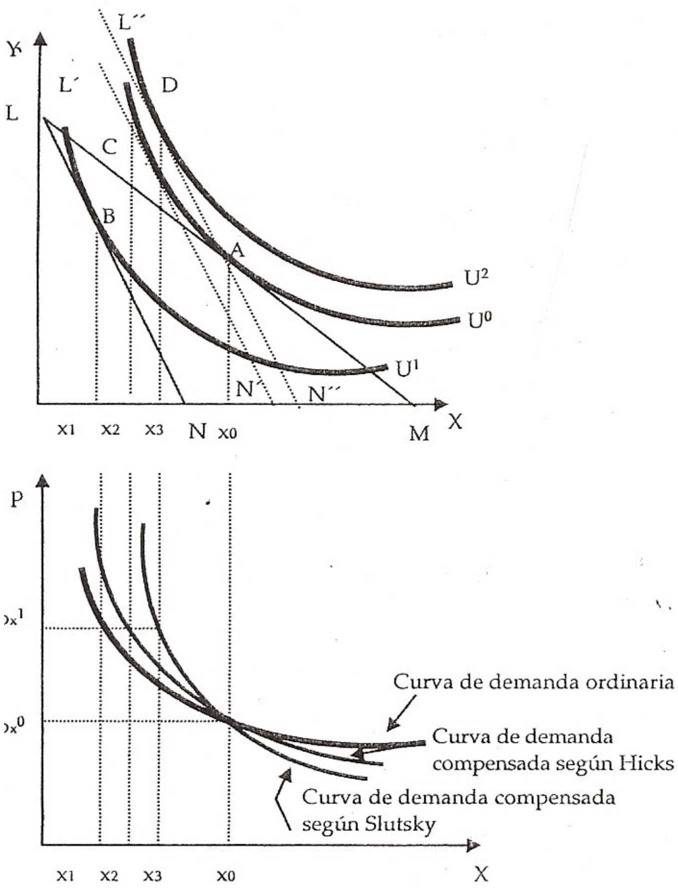
GRÁFICO



2.2



DERIVACIÓN GRÁFICA DE LA CURVA DE DEMANDA COMPENSADA



Una curva de demanda compensada es una curva que relaciona el consumo de un bien con los cambios en su precio relativo, manteniendo constante el ingreso real del consumidor. Existen dos tipos de curva de demanda compensada:

- -**Según Hicks**
- **-Según Slutsky.**

2.3.1 SEGÚN METODO DE HICKS: AUMENTO DEL PRECIO DEL BIEN X (BIEN NORMAL)

Ante un aumento del precio del bien X la pendiente de la recta presupuestaria aumenta, por lo cual su demanda se contrae de X_0 a X_1 y pasa de la canasta A a la canasta B.

Como X es un bien normal, la disminución en el ingreso real del consumidor, generada por el aumento en el precio de este bien, va a traer como consecuencia una disminución de la cantidad demandada, en consecuencia el efecto ingreso va ser negativo y tanto como el efecto sustitución. El paso de A a C según Hicks es el efecto sustitución que varia dentro de la curva de indiferencia inicial Uo. En el gráfico aparece la curva de demanda compensada de Hicks la cual es menos elástica que la curva de demanda ordinaria. Los dos efectos varían en el mismo sentido, el efecto sustitución tiene que ser menor que el efecto total.

2.3.2 SEGÚN METODO SLUTSKY: LA DEMANDA DEL BIEN X CAE DE X_0 A X_3

La curva de demanda compensada de Slutsky es menos elástica que la demanda ordinaria y la de Hicks, ya que el efecto sustitución de Slutsky es menor que la de Hicks. Esto se debe a que el método Slutsky implica un incremento compensatorio en el ingreso que es mayor al del método de Hicks. Dicho en otras palabras le devolvemos al consumidor su capacidad de consumir la canasta que demandaba inicialmente. Entonces la contracción en su demanda por este bien será más pequeña.

Por otro lado, dado que el método de Slutsky implica un efecto sustitución más pequeño que con el método de Hicks, su efecto ingreso será en consecuencia más alto. En efecto, al momento de retirar la compensación monetaria, que es mayor con el método de Slutsky, la caída en la demanda del bien X será también mayor.

Se debe remarcar que esta compensación de la intensidad de los efectos ingreso y sustitución, es válida sólo para un aumento en el precio del bien X. Si en este caso, el precio del bien X disminuye, el efecto ingreso con el método de Slutsky es más bien menor que con el método de Hicks. Esto se debe a que al momento de regresar a la curva de indiferencia inicial, según el método de Hicks, el nuevo precio relativo del bien X, que es más bajo que antes, lo induce a demandar una mayor cantidad del bien X de la que había en su canasta inicial. En consecuencia, dado que la compensación monetaria calculada con el método de Hicks supone un mayor consumo del bien X del que resulta con el Método de Slutsky, el valor de esta compensación monetaria será también más alto.

2.3 <u>ECUACIÓN DE SLUTSKY</u>

¿Qué es?

Es una propiedad matemática que nos permite obtener la demanda COMPENSADA de un determinado bien a partir de su demanda ORDINARIA, conociendo los efectos precio e ingreso, así como la cantidad consumida de equilibrio.

Sea $U = f(X, Y)$ una función de utilidad "continua" que representa las preferencias del consumidor, entonces:

$$\frac{\partial X_M(p,I)}{\partial P_X} = \frac{\partial X_H(p,U^o)}{\partial P_X} - X_k(p,I) * \frac{\partial X_M(p,I)}{\partial I}$$

Donde:

p : Precio

$X_M(p,I)$: Demanda Ordinaria o Marshalliana del bien "h"

$X_H(p,U^0)$: Demanda compensada o Hicksiana del bien "h"

$X_k(p,I)$: Cantidad demandada del bien "h"

I : Ingreso

Demostración:

Tenemos la siguiente relación entre la demanda compensada y la ordinaria:

$$X_H(p,U^0) = X_M(p,I)$$

Si suponemos que todo el ingreso se destina al consumo tendremos la siguiente igualdad:

$$I = E(p, U^0)$$

Donde:

I : Ingreso del consumidor

E (p, U^0) : Función de Gasto mínimo manteniendo la utilidad inicial

Entonces:

$$X_H(p, U^0) = X_M(p, I)$$

Si derivamos con respecto a $P_{k:}$

$$\boxed{\frac{\partial X_H}{\partial p_k} = \frac{\partial X_M}{\partial p_k} + \frac{\partial X_M}{\partial E} * \frac{\partial E(p, U^0)}{\partial p_k}} \quad \ldots (2)$$

Sabemos que:

$$\boxed{E(p, U^o) = \sum p_k X_H(p, U^0) = \sum p_k X_M(p, I)}$$

Si derivamos la expresión con respecto a $P_{k:}$

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial p_k} = X_k(p, I)} \quad \ldots (3)$$

Para todo k =1, 2, 3…

De **(1)** sabemos que: $\partial e = \partial I$

Reemplazando **(3)** en **(2)** obtenemos nuestra ecuación de Slutsky:

$$\boxed{\frac{\partial X_M(p, I)}{\partial p_k} = \frac{\partial X_H(p, U^0)}{\partial p_k} - X_k(p, I) * \frac{\partial X_M(p, I)}{\partial I}}$$

ET (Efecto Total) | ES (Efecto Sustitución) | EI (Efecto Ingreso)

Esta ecuación nos permite trazar la curva de demanda compensada de un bien cualquiera, conociendo la función de demanda ordinaria, y tomando como referencia una situación inicial de consumo. En efecto, si partimos de un nivel de consumo dado del bien "h", para un nivel dado del vector de precios **p** y del ingreso **I**, y si conocemos la función de demanda ordinaria $X_h(p,I)$, la ecuación de Slutsky nos permite conocer cuáles serían los nuevos consumos del bien "h", frente a cambios en los precios del mismo bien, con un ingreso real constante definido según el método de Hicks. Para ello, basta con tomar k = h en la ecuación de Slutsky, calcular las derivadas parciales de $X_h(p,I)$ con respecto a p_h y con respecto a I, y tomar el valor inicial de X_h. Combinando estos tres datos de acuerdo con el lado derecho de la ecuación de Slutsky, obtenemos la tasa de variación de X_h con respecto a p_h, con un ingreso real constante. Si multiplicamos esta tasa de variación por Δp_h, obtenemos la variación en el consumo del bien "h" originada exclusivamente por el efecto precio, o, lo que es lo mismo, el desplazamiento a lo largo de la curva de demanda compensada del bien "h". Si tomamos distintas variaciones de p_h, podemos llegar a obtener todos los puntos de la curva de demanda compensada del bien "h".

2.4 EJERCICIO DE APLICACIÓN DE LA ECUACIÓN DE SLUTSKY

1º Se tiene la siguiente función de utilidad:

$$U = X^{1/2} . Y^{1/2}$$

Si:

$$I = 800$$

$$P_x = 10$$

$$P_y = 5$$

2º Luego P_x a $P_{x_1} = 9$.Halle el efecto sustitución (ES), el efecto ingreso (EI) y el efecto total (ET) usando la ecuación Slutsky.

SOLUCIÓN

$$U = X^{1/2}.Y^{1/2}$$

Máx U s.a RP

CNPO:

$$\frac{UMgx}{UMgy} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{\frac{1}{2}X^{-1/2}Y^{1/2}}{\frac{1}{2}X^{1/2}Y^{-1/2}} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} \quad Y = \frac{XP_X}{P_Y}$$

La recta de presupuesto es:

$$I = P_x X + P_y Y$$

$$I = P_x X + P_y \frac{XP_X}{P_Y}$$

$$I = 2P_x X$$

$$X_M = \frac{I}{2P_X}$$ (Demanda Marshaliana u Ordinaria)

Nuestra ecuación SLUTSKY

$$\boxed{\frac{\partial X_M(p,I)}{\partial p_k} = \frac{\partial X_H(p,U^0)}{\partial p_k} - X_k(p,I) * \frac{\partial X_M(p,I)}{\partial I}}$$

Reemplazando términos:

$$\frac{\partial X_M(p,I)}{\partial p_k} = \frac{\partial X_H(p,U^0)}{\partial p_k} - X_k(p,I) * \frac{\partial X_M(p,I)}{\partial I}$$

$$-\frac{I}{2P_x^2} = \frac{\partial X_H(p,U^0)}{\partial p_k} - \frac{I}{2P_x}\frac{1}{2P_x}$$

$$\frac{\partial X_H(p,U^0)}{\partial p_k} = \frac{I}{4P_x^2} - \frac{I}{2P_x^2}$$

$$\frac{\partial X_H(p,U^0)}{\partial p_k} = \frac{I}{4P_x^2}$$

$$\frac{\partial X_H(p,U^0)}{\partial p_k} = \frac{-800}{4(9.5)^2}$$

$$\frac{\partial X_H(p,U^0)}{\partial p_k} = -2.22$$

$$\Delta X_H = -2.22\Delta P_x$$

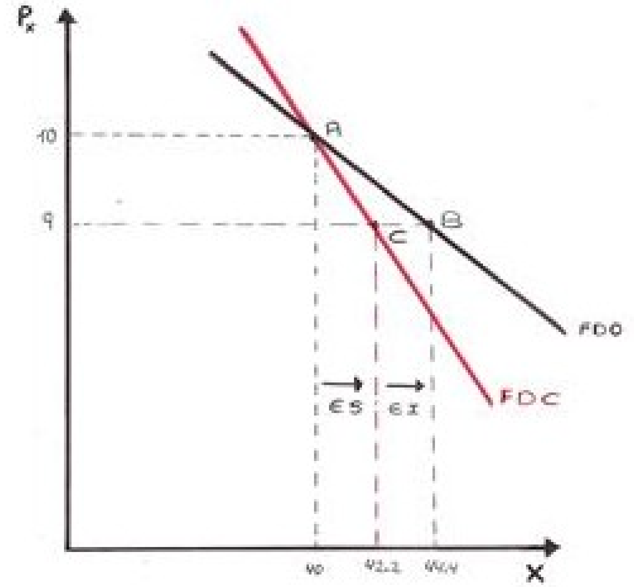
$$\Delta X_H = -2.22(-1)$$

$$\Delta X_H = 2.22$$

$$X_0 = \frac{800}{(2)(10)} = 40$$

$$X_1 = \frac{800}{(2)(9)} = 44.44$$

GRÁFICO



ES: 2.22

EI: 2.22

ET: 4.44

2.5 RECONSIDERACIÓN DE LA ECUACIÓN DE SLUTSKY

Replanteándonos la pregunta: ¿Cómo reacciona la demanda de un bien a las variaciones de su precio?

Para este caso ya no vamos a asumir que la renta se mantiene constante; ya que, al variar el precio, necesariamente varía el valor de la dotación. La ecuación de Slutsky se descompone en la variación de la demanda provocada por la variación del precio en un efecto-sustitución y en un efecto-renta, en donde varia el poder adquisitivo. Pero ahora el poder adquisitivo tiene dos razones para variar cuando varía el precio. La primera esta implícita en la definición de la ecuación de Slutsky: por ejemplo, cuando baja un precio, podemos comprar la misma cantidad que consumíamos antes y todavía nos sobra dinero. A este efecto se le conoce como **efecto-renta -ordinario**. El segundo efecto es, cuando varia el precio de un bien, altera el valor de la dotación del consumidor, por lo que también altera su renta monetaria .por ejemplo, si es un oferente neto de un bien, la reducción de su precio reduce directamente su renta monetaria, ya que no puede vender su dotación por el mismo dinero que antes. Llamaremos a este efecto **efecto -renta - dotación.**

Ecuación de Slutsky en tasas de variación.

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - x_1 \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} + \text{efecto- renta- dotación} \qquad \textbf{(1.1)}$$

Cuando varía el precio de la dotación, varia la renta monetaria, lo que provoca una variación de la demanda. Por lo tanto, el efecto-renta-dotación está formado por dos términos:

Efecto-renta-dotación= variación de la demanda provocada por una variación de la renta x variación de la renta provocada por una variación del precio.(**1.2)**

Analizando el segundo efecto. Dada una renta de la siguiente forma:

$$m = p_1 w_1 + p_2 x_2$$

Tenemos que $$\frac{\Delta m}{\Delta p_1} = w_1$$

Esta expresión dice como varia la renta cuando varia el precio del bien 1: si tenemos 10 unidades del bien 1 para vender y sube su precio en 1 u.m, nuestra renta monetari aumentaría en 10 u.m.

El primer término de la ecuación (1.2) muestra como varia la demanda cuando varia la renta. La expresión seria: $\Delta x_1^m / \Delta m$, que es la variación de la demanda dividida por la variación de la renta. Por lo tanto:

Efecto-renta-sustitución $$= \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} \frac{\Delta m}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} w_1$$

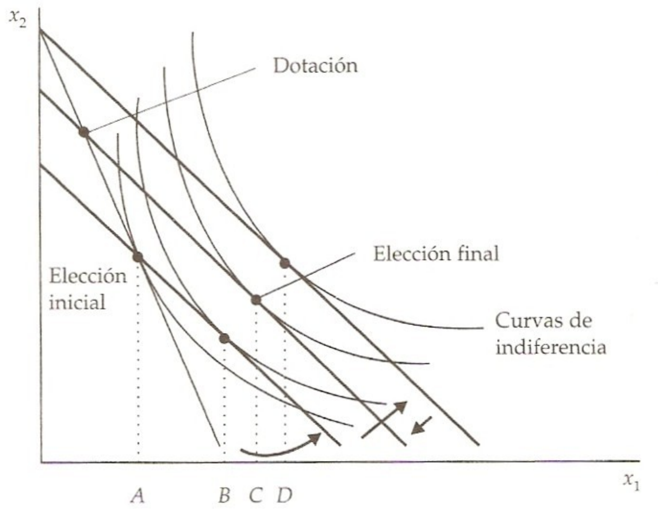
(1.3)

Insertando la ecuación (1.3) en la (1.1) obtenemos la forma final de la ecuación de Slutsky:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + (w_1 - x_1) \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}$$

El signo del efecto-sustitución es siempre negativo, contrario al sentido de la variación del precio. Suponiendo que el bien es normal, por lo que $\Delta x_1^m / \Delta m > 0$. En este caso, el signo del efecto-renta combinado dependerá de que el individuo sea un demandante neto o un oferente neto del bien en análisis. Si es un demandante neto de un bien normal y sube su precio, necesariamente comprara menos. Si es un oferente neto, el signo del efecto total será ambiguo: dependerá de la magnitud del efecto-renta combinado (positivo) en comparación con la magnitud del efecto-sustitución (negativo).

Todas estas variaciones las podemos apreciar en la Gráfica 1:



Gráfica 1. Esta gráfica muestra como se divide el efecto de una variacion del precio en el efecto-sustitucion (de A a B), el efecto renta ordinario (de B a D) y el efecto-renta-dotacion (de D a C).

2.6.1 UTILIZACIÓN DE LA ECUACIÓN DE SLUTSKY

Suponiendo, que un consumidor vende los huevos de una gallina que tiene en el corral de su casa. Si sube el precio de los huevos, este consumidor podría consumir una mayor cantidad. No es difícil ver por qué, mediante la ecuación de Slutsky. Si X_a representa la demanda de manzanas por parte del consumidor y p_a su precio, sabemos que:

$$\frac{\Delta X_a}{\Delta p_a} = \frac{\Delta X_a^s}{\Delta p_a} + (w_a - X_a)\frac{\Delta X_a^m}{\Delta m}$$

(-) (+) (+)

Esta ecuación nos dice que la variación total que experimenta la demanda de huevos cuando varía su precio es el **efecto –**

sustitución más el **efecto-renta**. El **efecto –sustitución** actúa en la dirección correcta: la subida del precio reduce la demanda de huevos. Pero si éstas constituyen un bien normal para este consumidor, el **efecto-renta actúa en la dirección incorrecta**. **Dado que el consumidor es un oferente neto de huevos, la subida de su precio eleva su renta monetaria**, por lo que desea consumir una mayor cantidad como consecuencia del efecto-renta. Si el último término es suficientemente fuerte para contrarrestar al efecto – sustitución, podemos obtener fácil el resultado.

2.6.2 APLICACIÓN: OFERTA DE TRABAJO

Para el análisis de la oferta de trabajo del consumir **aplicaremos la idea de la dotación.** El consumidor podrá elegir entre trabajar mucho y disfrutar de un consumo relativamente elevado y trabajar poco y disfrutar de un consumo bajo. **La cantidad de trabajo y de consumo vendrá determinada por el juego de las preferencias del consumidor y la restricción presupuestaria**

a) La restricción presupuestaria

Hasta ahora hemos derivado la ecuación de Slutsky con un supuesto implícito de que el ingreso estaba dado exógenamente. Suponemos que el consumidor percibe inicialmente el ingreso monetario M independientemente de que trabaje o no. Dicha renta puede proceder de familiares o inversiones y se denomina **ingreso no salarial** (puede darse el caso de que este ingreso no salarial sea nulo, pero se quiere prever la posibilidad de que sea positiva).

Así tenemos sea C la cantidad del consumo del individuo y p el precio del consumo, además suponiendo que w es el salario y L la cantidad ofrecida de trabajo, veamos nuestra recta presupuestaria:

$$RP: \quad pC = \quad M +$$

La cual nos dice que el valor de lo que consume el individuo es igual a su ingreso no salarial más su ingreso salarial.

En el segundo de miembro de nuestra ecuación tenemos algo que elige el consumidor: la oferta de trabajo. Esta puede transponerse fácilmente al primer miembro:

$$pC - wL =$$

Como vemos esta formulación es mejor, pero posee un signo negativo, donde normalmente se obtiene lo contrario. Para resolver esta anomalía suponemos una cantidad máxima de oferta posible: 16 horas al día, 7 días a la semana o cualquier otra que sea compatible con las unidades de medición que estemos utilizando. Sea $\overline{L}$ la cantidad del tiempo de trabajo. En este caso, sumando $w\overline{L}$ a ambos miembros y reagrupando, tenemos que:

$$w\overline{L} + pC - wL = M + w\overline{L}$$

$$pC + w(\overline{L} - L) = M + w\overline{L}$$

Sea $\overline{C} = \frac{M}{p}$ la cantidad del consumo que tendría el consumidor si no trabajara, entonces $\overline{C}$ **es su dotación de consumo**. Reemplazando en la ecuación anterior:

$$pC + w(\overline{L} - L) = M + w\overline{L}$$

$$pC + w(\overline{L} - L) = p\overline{C} + w\overline{L}$$

Ahora tenemos una ecuación muy parecida a las que hemos visto antes, tenemos dos **variables de elección** en el primer miembro y dos **variables de dotación** en el segundo miembro. La variable $\overline{L} - L$ **se puede interpretar como la cantidad de ocio (**tiempo no dedicado al trabajo). Supongamos que la variable R representa al ocio, de modo que $R = \overline{L} - L$. En ese caso, **la cantidad total del tiempo disponible para ocio es** $\overline{R} = \overline{L}$ y la restricción adquiere la siguiente forma.

$$pC + w(\overline{L} - L) = p\overline{C} + w\overline{L}$$

$$pC + w(R) = p\overline{C} + w\overline{L}$$

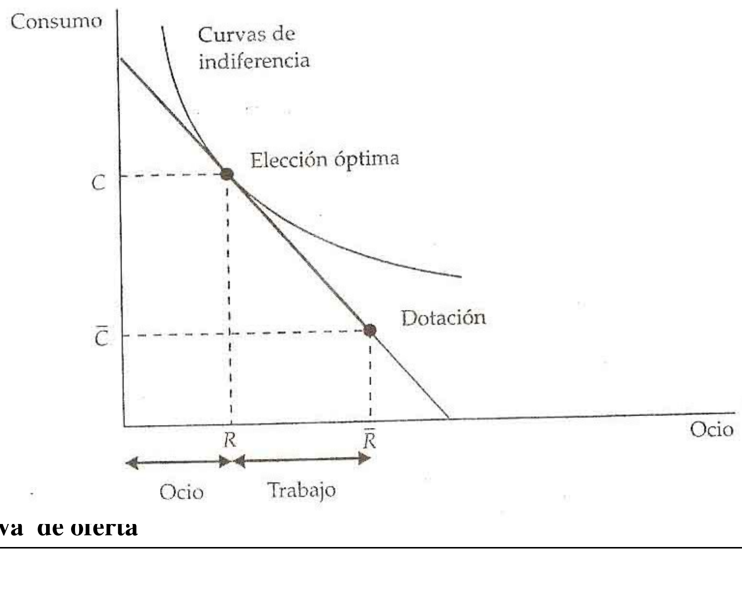
Esta ecuación tiene una interpretación muy interesante. Nos dice que el valor del consumo de un individuo más su ocio tiene que ser igual a su dotación de consumo y su dotación de tiempo, valorado en función de su salario. Cabe recalcar que **el salario no es sólo el precio del trabajo sino también el precio del ocio.**

Muchas veces los economistas se expresan con respecto al **salario como el coste de oportunidad del ocio.**

El segundo miembro de esta ecuación presupuestaria se llama a veces **renta total o renta implícita del consumidor.** Mide el valor de lo que posee éste: su dotación de bienes de consumo, si es que tiene alguna, y la dotación de su propio tiempo. **Ésta ha de distinguirse de la renta medida del consumidor, que es simplemente la renta que percibe por las ventas de una parte de su tiempo.**

Lo interesante de esta restricción presupuestaria reside en que es exactamente igual que las que hemos visto antes. Pasa por el punto de dotación $\left(\overline{L},\overline{C}\right)$ y tiene una pendiente de $-\dfrac{w}{p}$. La dotación es la que obtiene el consumidor si no participa en el mercado, y la pendiente de la recta presupuestaria nos dice cuál es la tasa a la que el mercado intercambiará un bien por otro.

¿Cuál es la elección óptima? , la elección óptima se encuentra donde la relación marginal de sustitución - el intercambio entre consumo y ocio – es igual a $\dfrac{w}{p}$, el cual es el salario real. **El valor que tiene para el individuo el consumo adicional que puede obtener trabajando algo más debe ser igual al valor del ocio al que debe renunciar para obtener ese consumo**. El salario real es la cantidad de consumo que puede comprar si renuncia a una hora de ocio.



La curva de oferta

La elección óptima describe la demanda de ocio, que se mide desde el origen hacia la derecha, y la oferta de trabajo, que se mide desde la dotación hacia la izquierda.

2.6.2.1 Estática comparativa de la Oferta de trabajo

Veamos primero como varia la oferta de trabajo de un consumidor cuando cambia su renta monetaria pero el precio y el salario se mantiene fijo. Si a un individuo hereda la fortuna de algún familiar y su renta monetaria recibiera una fuerte inyección de dinero ¿qué ocurriría con su oferta de trabajo? ¿y con su demanda de ocio?

En el caso de la mayoría de las persona, cuando aumenta su renta monetaria, disminuye la oferta de trabajo. En otras palabras, para la mayoría de las personas probablemente el **ocio sea un bien normal**: cuando aumenta su renta monetaria, la gente decide consumir más ocio. Por la existencia de abundantes datos que confirman esta observación, se adoptará como hipótesis: que el **ocio es un bien normal.**

¿Qué sucede si aumenta el salario, bajo los supuestos dados?

Las subidas del salario tienen dos consecuencias: cuanto más aumentan los rendimientos del trabajo, más aumenta el coste de consumir ocio. Utilizando los conceptos del efecto-renta y efecto-sustitución y la ecuación de Slutsky podemos aislar cada uno de estos efectos y analizarlos.

Cuando aumenta el salario, se encarece el ocio, lo que por sí solo induce a los individuos a querer menos ocio (el efecto –sustitución). Como el ocio es un bien normal, **podemos predecir que una subida del salario provoca necesariamente una reducción de la demanda de ocio, es decir, un aumento de la oferta de trabajo**. Esta predicción se desprende de la ecuación de Slutsky. Un bien normal debe tener una curva de demanda de pendiente negativa. **Si el ocio es un bien normal, la curva de oferta de trabajo debe tener pendiente positiva.**

Pero este análisis no es del todo cierto intuitivamente no parece razonable que la subida del salario provoque siempre un aumento de la oferta de trabajo. Si el salario de un individuo sube mucho, este puede muy bien "gastar" la renta adicional en ocio.

Si la teoría nos da una respuesta incorrecta, probablemente se deba a que la hemos aplicado incorrectamente; y esto es lo que ha sucedido en este caso. **El ejemplo de ampliación de la ecuación de Slutsky que hemos descrito nos daba la variación de la demanda manteniendo constante la renta monetaria.** Pero si varía le salario, también debe variar la renta monetaria. La variación de la demanda provocada por una variación de la renta monetaria es un efecto-renta adicional: el efecto –renta dotación, que se suma al efecto-renta ordinario.

Si aplicamos la versión apropiada de la ecuación de Slutsky tenemos analíticamente lo siguiente:

$$MáxU\left(M,R\right) sa: M = w(\overline{R}-R)+\overline{M}$$

Donde:

$M = pC$

$\overline{M} = p\overline{C}$

Para hallar la combinación óptima entre ingreso y ocio debemos plantear el ya conocido lagrangiano y luego hallar las condiciones de primer orden:

$$L = U(M,R)+\lambda\left(\overline{M}+w\overline{R}-wR-M\right)$$

Las condiciones de primer orden serán:

$$\begin{aligned} L_R &= U_R-\lambda w = 0 \\ L_M &= U_M-\lambda = 0 \\ L_\lambda &= \overline{M}+w\overline{R}-wR-M = 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} U_R &= \lambda w \\ U_M &= \lambda \end{aligned}$$

Las condiciones de segundo orden aseguran la convexidad de las curvas de indiferencia, lo que a su vez asegura que la solución sea un máximo y no un mínimo. El desarrollo de las condiciones de segundo orden se obviará y se asumirán que se cumplen.

Partiendo de las condiciones de primer orden podemos hallar la demanda de ocio, es decir, la oferta de trabajo (sabemos que lo que no es ocio, es trabajo).

La demanda de ocio dependerá del salario vigente y del ingreso no laboral dado. Es decir, $R = R(w,\overline{M})$, por tanto la oferta de trabajo será: $L = \overline{R}-R(w,\overline{M})$

Haciendo un recuento de las ecuaciones que tenemos

Ecuaciones:

$(1)\, \overline{U} = U(R,M)$ es la ecuación de una curva de nivel

$(2)\, M = w\overline{R}-wR+\overline{M}$ es la ecuación de la restricción presupuestaria ya vista.

(3) $R = R(w, \overline{M})$ es la ecuación de la demanda de ocio.

Lo que se necesita hallar es cuanto variará la demanda de ocio (y por lo tanto la oferta de trabajo), cuando varían los precios $\frac{\partial R}{\partial w}$, en este caso el único precio es w (el cual es tanto la retribución al trabajo como el costo del ocio). El efecto total deberá poder desagregarse en los tres efectos antes dichos.

Comenzare diferenciando totalmente las tres ecuaciones:

(1) $d\overline{U} = U_R dR + U_M dM$ como $\begin{matrix} U_R = \lambda w \\ U_M = \lambda \end{matrix}$ (surge de las condiciones de 1° orden), entonces:

$d\overline{U} = \lambda w dR + \lambda dM = 0$

$\therefore$ $d\overline{U} = \lambda(wdR + dM) = 0$; como $\lambda > 0 \Rightarrow (wdR + dM) = 0$. Recordar que λ es mayor que cero implica que la restricción es efectiva, es decir, que la solución se da en la frontera del conjunto alcanzable.

(2) $dM = dw\overline{R} - dwR + d\overline{M}$

Reordenando términos la expresión queda así: $d\overline{M} + \overline{R}dw - dwR = dM + wdR$

Como $(wdR + dM) = 0$ entonces $d\overline{M} + \overline{R}dw - dwR = 0$

Reordenando términos tenemos que: $d\overline{M} = -dw(\overline{R} - R)$

(3) $dR = \frac{\partial R}{\partial W}.dW + \frac{\partial R}{\partial \overline{M}} d\overline{M}$

Dado que $d\overline{M} = -dw(\overline{R} - R)$, entonces $dR = \frac{\partial R}{\partial W}.dW + \frac{\partial R}{\partial \overline{M}}.-dw(\overline{R} - R)$

Dividiendo ambos miembros por dw, tenemos que:

$$\left.\frac{dR}{dw}\right|_{dU=0} = \frac{\partial R}{\partial w} - \frac{\partial R}{\partial \mathrm{M}} \cdot \left(\overline{R} - R\right)$$

(4)

Se planteo la derivada de modo que nos mantengamos en una misma curva de indiferencia,

sencillamente porque al inicio planteé la ecuación (1), que es la ecuación de una curva de indiferencia. Por lo tanto todo el análisis esta planteado de modo que $dU = 0$. Eso fue lo que nos permitió afirmar que $(wdR + dM) = 0$, entre otras cosas.

Reordenando los términos de (4) nos queda:

$$\frac{\partial R}{\partial w} = \left.\frac{dR}{dw}\right|_{dU=0} + \frac{\partial R}{\partial \mathrm{M}} \cdot \overline{R} - \frac{\partial R}{\partial \mathrm{M}} \cdot R$$

He aquí los tres efectos antes mencionados. El efecto total $\frac{\partial R}{\partial w}$ es igual al efecto sustitución $\left(\frac{dR}{dw}\bigg|_{dU=0}\right)$ mas el efecto-renta-dotación $(\frac{\partial R}{\partial M}.\overline{R})$ menos el efecto-renta ordinario $\left(\frac{\partial R}{\partial M}.R\right)$

Finalmente:

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} = efecto - sustitución + \left(\overline{R} - R\right)\frac{\Delta R}{\Delta m}$$

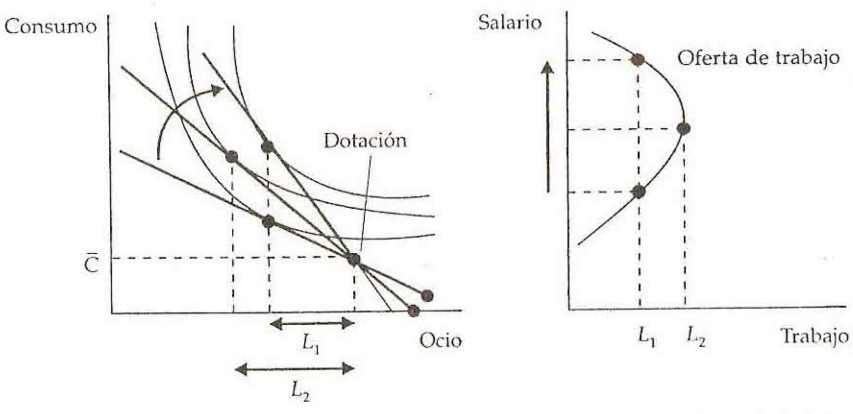
(-) (+) (+)

En esta expresión, el efecto-sustitución es por supuesto negativo, como siempre, y $\frac{\Delta R}{\Delta w}$ es positivo, ya que estamos suponiendo que el ocio es un bien normal. **Pero** $\left(\overline{R} - R\right)$ **también es positivo, por lo que el signo de toda la expresión puede ser positivo o negativo**. A diferencia de lo que ocurre en el caso habitual de la demanda del consumidor, **la demanda de ocio tiene un signo ambiguo**, incluso aunque el ocio sea un bien normal. Cuando sube el salario, la gente puede decidir trabajar más o menos

¿Qué es lo que sucede?

Cuando sube el salario, el efecto sustitución provoca un aumento de las horas trabajadas para sustituir ocio por consumo. Pero también aumenta el valor de la dotación, lo que equivale a una renta adicional, que puede muy bien consumirse en ocio adicional. **"Saber qué efecto es más importante es una cuestión empírica que no puede dilucidarse mediante la teoría solamente. Para averiguar cuál es el efecto que predomina, es preciso analizar las decisiones reales de los individuos en relación con la oferta de trabajo"[1].**

[1] Microeconomía intermedia, V ARIAN edición 2006



A. Curvas de indiferencia

B. Curva de oferta de trabajo

Oferta de trabajo que se vuelve hacia atrás

Cuando sube el salario, la oferta de trabajo aumenta de L_1 a L_2 .Pero cuando sube de nuevo, la oferta de trabajo disminuye volviendo a L_1 .

El caso en que una subida del salario provoca una reducción de la oferta de trabajo se expresa mediante una curva de oferta de trabajo que se dobla hacia atrás**. Según la Ecuación de Slutsky este efecto es más probable que se produzca cuanto mayor sea $\left(\overline{R}-R\right)$; es decir, cuanto mayor sea la oferta de trabajo.** Cuando $\overline{R}=R$, el individuo sólo consume ocio, por lo que una subida del salario da lugar a un efecto-sustitución puro y, por lo tanto, a un aumento de la oferta de trabajo. Pero conforme aumenta ésta, **cada subida del salario proporciona al consumidor más renta a cambio de todas las horas que trabaja,** por lo que **traspasado un determinado punto puede muy bien ocurrir que decida utilizar esta renta adicional para "comprar" ocio adicional**, es decir, **reducir su oferta de trabajo**.

Cuando el salario es bajo, el efecto-sustitución es mayor que el efecto-renta, por lo que un aumento del salario reduce la demanda de ocio y aumenta la oferta de trabajo, pero cuando el salario es más alto, el efecto-renta puede ser superior al efecto-sustitución, por lo que un aumento del salario reduce la oferta de trabajo.

2.6.2.2 Ejemplo: las horas extraordinarias y la oferta de trabajo

En el caso siguiente un trabajador decide ofrecer una determinada cantidad de trabajo $L^* = \bar{R} - R^*$ al salario w. Ahora suponemos que la empresa le ofrece un salario mayor al inicial, $w' > w$, por el tiempo adicional que decida trabajar. Esa retribución se conoce como prima por horas extraordinarias.

Por lo tanto, la pendiente de la recta presupuestaria de la figura 2 se volverá más inclinada si la cantidad ofrecida de trabajo supera a L^*. Y la decisión optima del trabajador será ofrecer más trabajo de acuerdo a su preferencia revelada: las elecciones de trabajar una cantidad menor a L^* ya existían antes y se rechazaron.

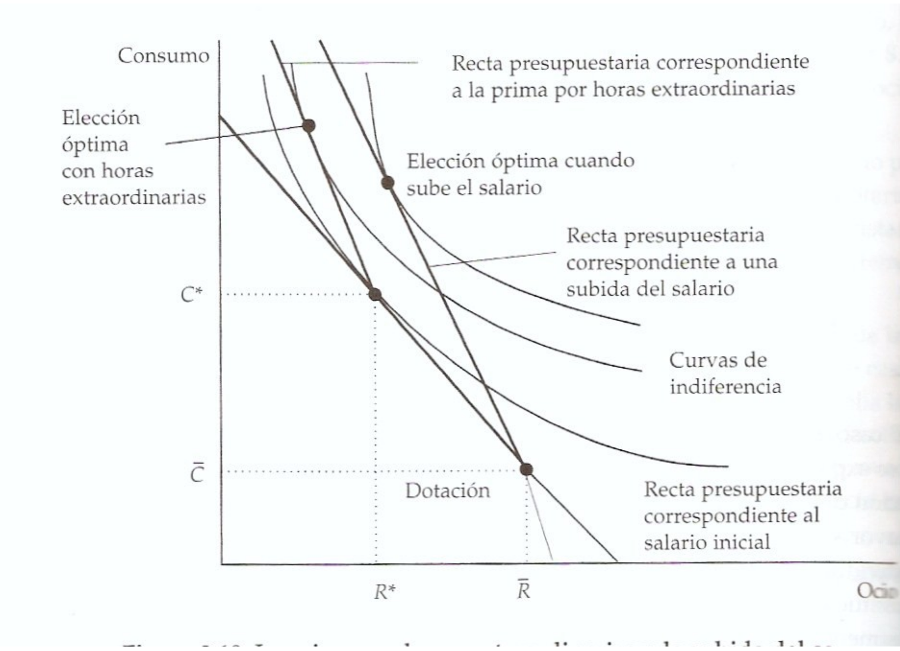


Figura 2. La prima por horas extraordinarias y la subida del salario ordinario. Una prima por horas extraordinarias aumenta claramente la oferta de trabajo, mientras que una subida del salario puede reducirla.

La repuesta a una prima por horas extraordinarias es esencialmente un efecto-sustitución puro: la variación que experimenta la elección óptima cuando se gira la recta presupuestaria en torno al punto elegido $(R^*; C^*)$. La prima por horas extraordinarias proporciona una mayor retribución por las horas extraordinarias trabajadas, mientras que una subida del salario proporciona una mayor retribución por todas las horas trabajadas. por lo tanto, una subida del salario implica tanto un efecto-sustitución como un efecto-renta, mientras que una prima por horas extraordinarias provoca un efecto-sustitución puro.

2.6.3 APLICACIÓN: PROBLEMA DE AHORROS

Para poder analizar es necesario desarrollar algunos conceptos importantes

- LAS ELECCIONES INTERTEMPORALES

Sea la cantidad consumida en cada periodo (C_1 y C_2)

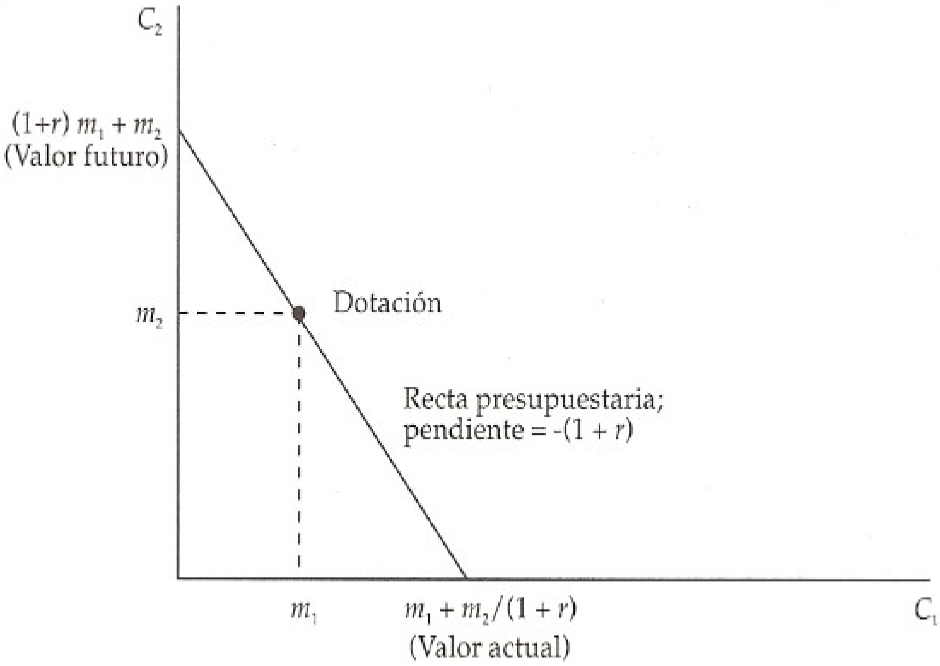
La cantidad de dinero que tiene el consumidor en cada periodo es M_1 y M_2 (dotaciones) las cuales son sin intereses.

Que los precios del consumo son constantes e iguales a 1 en ambos periodos

Periodo 1 (actual) y periodo 2 (futuro) y una tasa de interés (r). En donde se tiene la condición de maximización. Max $U = f(C_1; C_2)$, $U = f(C_1; C_2)$ sujeta a R.P. $M_1 + M_2/(1 + r) = C_1 + C_2/(1 + r)$

Nos quiere decir que el consumidor maximizará su nivel de utilidad enfrentando a una decisión de lo que debe consumir en el periodo 1 y el periodo 2. Sujeto a su restricción presupuestaria su nivel de ingreso actual agregado el nivel de ingreso que tendrá en el periodo 2 con su tasa de interés, tiene que ser igual al consumo actual más el consumo futuro con su tasa de interés.

LA RECTA PRESUPUESTARIA:



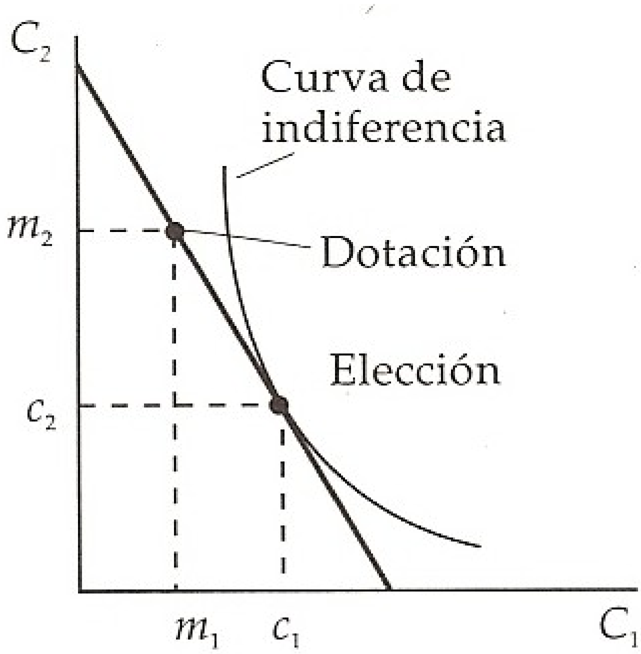
Esta gráfica nos indica que la restricción tiene pendiente negativa –(1+r)

También mide que pasaría si C_2=0 entonces $\frac{C_2}{(1+r)}/$ indicara la cantidad máxima que puede consumir en el primer periodo.

Si C_1=0 entonces $(1+r)^{*}M_1 + M_2$ **lo cual sería la cantidad máxima que puede consumir en el periodo 2**

- **EL CASO DE UN PRESTATARIO**

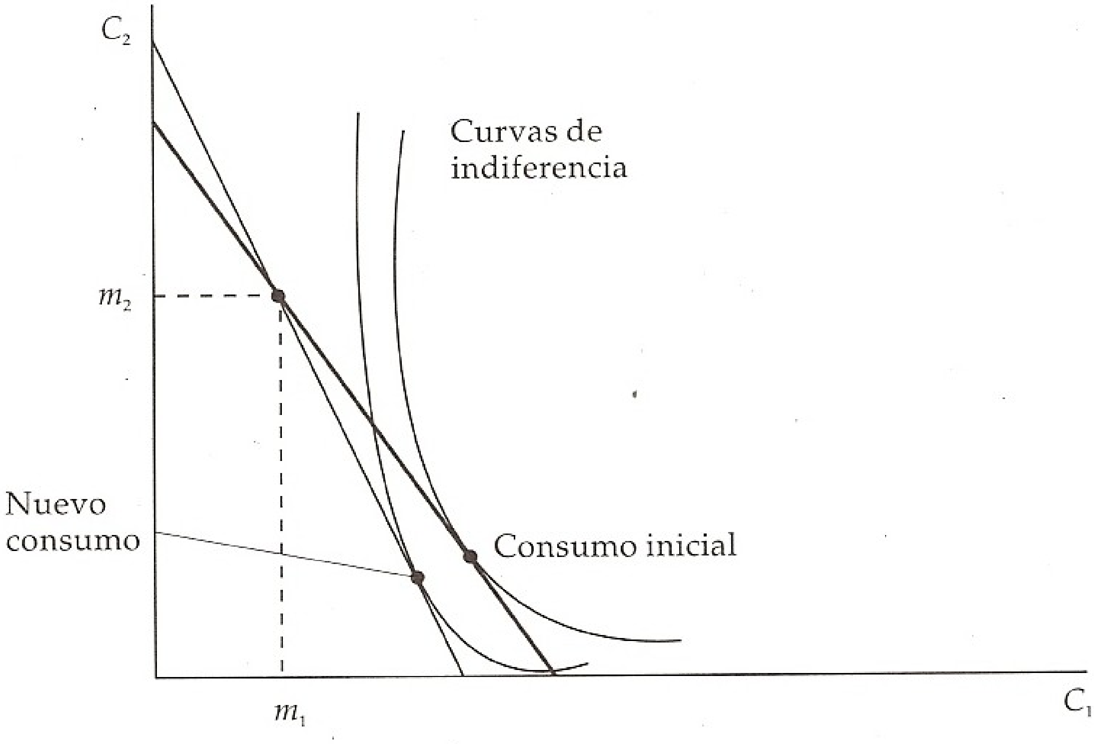
Es cuando el consumidor elige un punto en el cual $C_1 > M_1$, lo cual sería un consumidor deudor, porque para cubrir su consumo debe prestarse dinero pagando una tasa de interés activa .Su consumo del segundo periodo será menor



- EL CASO DE UN PRESTATARIO CON AUMENTO DE LA TASA DE INTERES

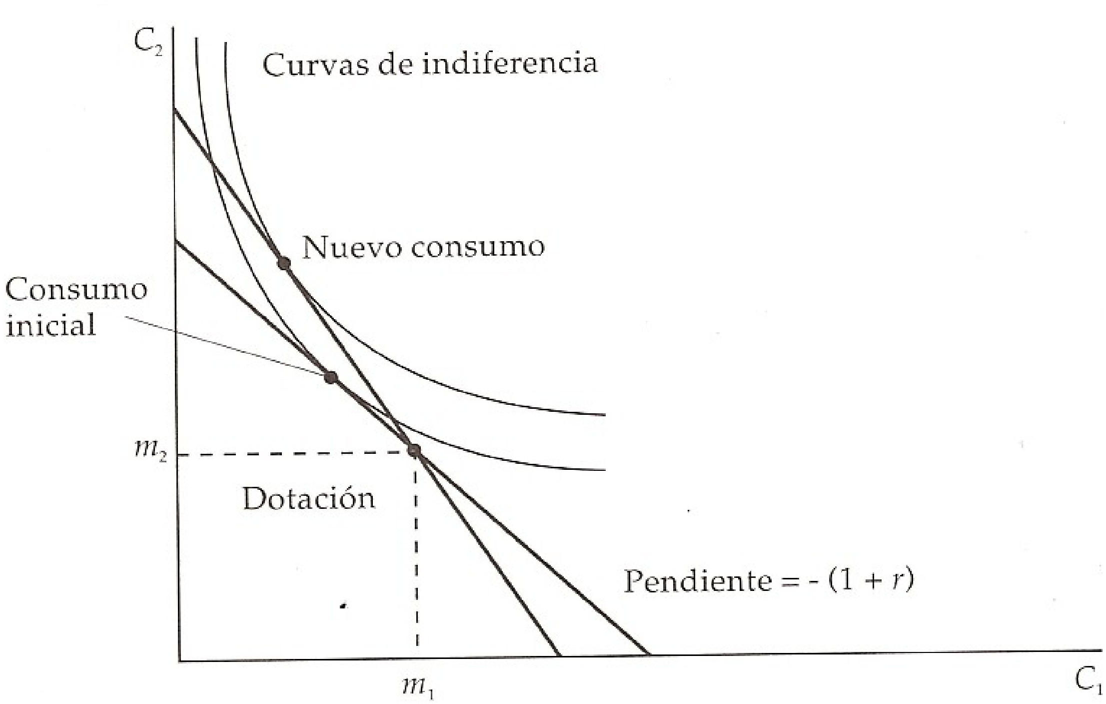
Como es una persona deudora, al aumentar la tasa de interés lo que tiene que pagar aumentara empeorando su situación. Disminuirá su consumo en el periodo 1.

.



- EL CASO DE UN AHORRADOR CON UN AUMENTO DE LA TASA DE INTERES

Este aumento ocasiona que gire la recta presupuestaria en base a la dotación y se vuelve más inclinada, el cual le conviene seguir ahorrando por que le genera mayor ganancias ahorrar



EXPLICACIÓN DEL CASO DE UN AHORRADOR CON LA ECUACIÓN DE SLUTSKY

Siendo la ecuación de Slutsky la descomposición de la variación de la demanda provocada por un cambio del tipo de interés en efecto sustitución (a la Hicks) y efecto renta

$$\frac{\partial c_1^t}{\partial p_1} = \frac{\partial c_1^s}{\partial p_1} + (m_1 - c_1)\frac{\partial c_1^m}{\partial m}$$

Utilizando la restricción presupuestaria expresada en valor futuro, una subida del tipo de interés es exactamente igual que una subida del precio del consumo actual en comparación con el consumo futuro, un bien normal lo cual el efecto renta es positivo. También se sabe que el efecto sustitución actúa en sentido opuesto al precio (-).

Como es el caso de un ahorrador $C_1 < M_1$ el efecto de toda la expresión es ambiguo ya que se tiene

- Efecto sustitución (-)
- El efecto ingreso(+)

Un aumento de la tasa de interés puede proporcionarle un ingreso grande el cual prefiera consumir aun en el primer periodo, entonces disminuirá su ahorro. Por lo tanto, la variación de la tasa de interés si hace cambiar el ahorro por que se debe analizar cual será el comportamiento de $(M_1 - C_1)$ entonces en conclusión no siempre cuando se tenga un aumento de la tasa de interés aumentara el ahorro, puede ocurrir lo contrario. Por eso genera un problema para el ahorro las variaciones de la tasa de interés

Casi similar ocurrirá con una disminución de la tasa de interés, el consumidor puede desear puede convertirse de ahorrador en deudor dejando de ahorrar por eso el resultado es ambiguo.

Por eso se genera un problema para el ahorro las variaciones de la tasa de interés

BIBLIOGRAFIA

1) VARIAN, Hal R. Análisis Microeconómico. 1998. Antoni Bosch.

2) VARIAN, Hal R. Microeconomía Intermedia: Un enfoque actual. 1998. Antoni Bosch.

3) FERNÁNDEZ – BACA, Jorge. Microeconomía: Teoría y Aplicaciones. 2005. Universidad del Pacífico.

4) CALL, HOLAHAN. Microeconomía. 1985. Editorial Iberoamérica.

5) APUNTES DE CLASE DE DOCENTES MICROECONOMIA (ARIAS Y MACINES-UNMSM)

6) EZEQUIEL BRUFMAN, Leandro. http://www.monografias.com/trabajos29/ecuacion-slutsky/ecuacion-slutsky.shtml.

7) http://www.micreconomia.org.